

# Управление на едномерни обекти с голямо закъснение чрез дискретни регулатори на състоянието

Н. Н. НИКОЛОВ

## Control of Single Input Single Output Objects with Large Delay via a Discrete State Controllers

N. N. Nikolov

Technical University of Varna, 1 Studentska St., 9010 Varna, Bulgaria, nn\_nikolov@tu-varna.bg

**Key Words:** Discrete state controller; objects with a delay; state observer; Smith predictor system Pade series.

**Abstract.** The control is a purposeful impact on the object of control, as a result of which it is brought to a desired state, which is determined by the requirements of the technological process. The main requirement is that this process is sustainable, but this is not enough. There are also certain requirements regarding the quality of the processes that take place in the system – quick action when working out disturbing effects or when changing the mode of operation, permissible deviations from the established mode, amplitude limitations of the controlling effects, etc. Often the requirements for the managed process are mutually contradictory and it is necessary to seek a reasonable compromise between them. It is accepted, when the feedback in a control system is carried out by means of the state vector, the controller in this system is called a State Controller (SC). If the state  $x(k)$  can be measured directly at every moment  $k=0, 1, 2, \dots$  we speak of control in the presence of complete information. When the state cannot be measured directly, but is estimated by other quantities that are related to it and available for measurement, it is said to be control with incomplete information. The delay in the object of control, whatever its nature, its presence creates difficulties in the implementation of the control system, worsening the quality indicators of the ongoing processes. When using a discrete state controller to control objects with a delay, in order to be able to synthesize the state observer it is necessary to represent the delay unit with a fractional-rational function using a Pade series. This enables the object of control to be represented as a higher-order object without delay, but leads to a significant extension of the transition process in the system. In the present work, it is proposed to use a state observer from a row corresponding to the row of the object without delay and to introduce a correction unit included in a negative feedback loop that covers the discrete state controller. It can be said to combine a discrete state controller with a Smith predictor system. In order to prove the workability of the system, a simulation study was done using Matlab Simulink. For the simulation study, a 3<sup>rd</sup>-order object type was chosen and a sufficiently large net delay was added so that, using a standard structure with a PID controller, the system is at the limit of stability. The feedback vector of the discrete SC is synthesized with a modal control algorithm developed by the author but is presented in detail in reference number 7. Through it, it is possible to set the desired poles of the closed system precisely or to locate them in a certain

section of the positive part of the real axis in the complex plane, called the stability zone. The obtained results show that when combining a discrete state controller with a Smith predictor system the system has three times faster performance than the same system without Smith prediction. An important condition for the reliable operation of the Smith-predictor system is the accurate estimation of the object model. With an inaccurate model, the results may deteriorate.

### Въведение

Управлението е целенасочено въздействие върху обекта на управлението, в резултат на което той се привежда в желано състояние, определяно от изискванията на технологичния процес. Основното изискване е този процес да е устойчив, но това не е достатъчно. Налагат се и определени изисквания по отношение на качеството на процесите, които протичат в системата – бързодействие при отработване на смущаващи въздействия или при промяна на режима на работа, допустими отклонения от установения режим, амплитудни ограничения на управляващите въздействия и други. Често изискванията към управлявания процес са взаимнопротиворечиви и се налага да се търси разумен компромис между тях.

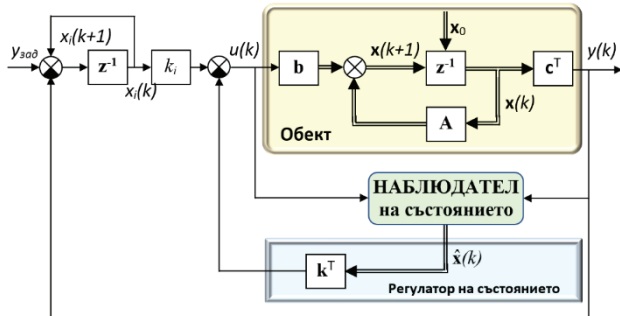
Прието е [1,2,3,4], когато обратната връзка в една система за управление се осъществява посредством вектора на състоянието, регулаторът в тази система да се нарича регулатор на състоянието (РС).

Ако състоянието  $x(k)$  може да се измерва директно във всеки момент  $k=0, 1, 2, \dots$ , се говори за управление при пълна информация. Когато състоянието не може да се измерва директно, а се оценява по други величини, които са свързани с него и са достъпни за измерване, се говори за управление при непълна информация [4].

Структурната схема на система за управление при непълна информация за състоянието  $x(k)$  е показана на *фиг. 1*. Обратната връзка е реализирана по оценката  $\hat{x}(k)$

на състоянието  $x(k)$ . Оценката  $\hat{x}(k)$  се изчислява по измеримия изход  $y(k)$  и управлението  $u(k)$  с помощта на наблюдател на състоянието (НС).

Обратната връзка по състоянието се реализира чрез  $n$ -мерния вектор  $k$ , а  $u(k)$ ,  $y(k)$  и  $u_{зад}$  са скаларни величини.



Фиг. 1. Структурна схема на система за управление на SISO обект с дискретен РС с вградена интегрираща съставка

## Проблеми, присъщи на системите със закъснение

Независимо от характера на закъснението неговото наличие създава затруднения при реализиране на системата за управление, като влошава качествените показатели на протичащите процеси. При наличие на закъснение ефектът от управляващото въздействие се усеща най-рано след време, равно на закъснението. При големи стойности на закъснението се намалява запасът на устойчивост и САУ може да се окаже неработоспособна.

За отстраняване на посочените недостатъци при обекти с големи закъснения се предлагат различни методи, повечето от които предвиждат въвеждане на закъснение в изкуствени обратни връзки на регулатора с време, равно на закъснението в обекта, и са известни в литературата като Smith предикторни системи [5].

Основният принцип, използван в тези системи, е структурното разделяне на рационалната и на ирационалната ( $e^{-\tau s}$ ) част в използвания вътрешен модел. Структурата на Smith предикторна система е визуализирана на фиг. 2.



Фиг. 2. Структура на система за управление на SISO обект с предикторен регулатор на Smith

В тези системи се реализира възможността управлението да изпреварва значителното чисто закъснение на реалния управляван обект. Предикторният регулатор на Smith се реализира чрез добавяне на коригиращо звено

но, включено в отрицателна обратна връзка, обхващаща основния регулатор в системата.

За да може да се синтезира НС в една SISO система с дискретен РС за управление на обект с голямо закъснение, обикновено се прилага представяне на закъснителното звено с дробно-рационална функция чрез използване на ред на Pade [6].

$$(1) \quad e^{-\tau s} = 1 - \frac{\tau s}{1!} + \frac{(\tau s)^2}{2!} - \frac{(\tau s)^3}{3!} + \dots$$

Това дава възможност обектът на управлението и НС да бъдат представени като такива от по-висок ред без закъснение, но води до увеличаване на времето за първоначално набиране на входно-изходни данни при адаптивните НС и до значително удължаване на преходния процес в системата.

В настоящата работа се предлага използване на НС от ред, съответстващ на реда на обекта без закъснение и въвеждане на коригиращо звено, включено в отрицателна обратна връзка, обхващаща дискретния РС с вградена интегрираща съставка, представен на фиг. 1.

Може да се каже, че се комбинира дискретния регулатор на състоянието със Smith-предикторна система.

## Синтез на Smith-предикторна система за управление на SISO обект с дискретен РС

При една класическа Smith-предикторна непрекъснатата система с линеен закон за управление [6], ако основният регулатор е представен с  $W_p(s)$ , коригиращото звено е  $W_k(s)$  и обектът на управлението се описва с

$$(2) \quad W(s) = W_o(s)e^{-\tau s}$$

за предавателната функция на нейната затворена система спрямо заданието се получава

$$(3) \quad \Phi_g(s) = \frac{W_p(s)W_o(s)e^{-\tau s}}{1 + W_p(s)W_k(s) + W_p(s)W_o(s)e^{-\tau s}}$$

За да се компенсира влиянието на закъснението в тази система, е необходимо да се изключи ирационалната съставка ( $e^{-\tau s}$ ) от нейния характеристичен полином. Това е възможно, ако е изпълнено условието

$$(4) \quad 1 + W_p(s)W_k(s) + W_p(s)W_o(s)e^{-\tau s} = 1 + W_p(s)W_o(s),$$

откъдето за предавателната функция на коригиращото звено се получава

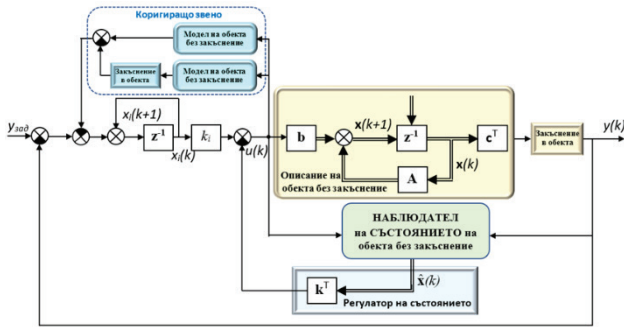
$$(5) \quad W_k(s) = W_o(s)(1 - e^{-\tau s}).$$

В действителност коригиращото звено се изгражда според равенството

$$(6) \quad W_k(s) = W_m(s)(1 - e^{-\tau s}),$$

където  $W_m(s)$  е предавателната функция на модела на обекта без закъснение, с който на практика се разполага.

Прилагайки горното изискване за коригиращото звено при реализиране на Smith-предикторен регулатор към структурата на дискретния регулатор на състоянието с вградена интегрираща съставка, показана на *фиг. 1*, се получава структурата, показана на *фиг. 3*.



**Фиг. 3.** Структура на Smith-предикторна система за управление на SISO обект със закъснение чрез дискретен РС с вградена интегрираща съставка

## Симуляционно изследване чрез Matlab Simulink

Симуляционното изследване ще бъде направено на базата на предположението, че наблюдателят на състоянието е неадаптивен. Векторите и матриците, описващи дискретния обект на управлението в пространството на състоянията (ПС) са определени в резултат на off-line симулация и са зададени предварително в дискретния наблюдател, моделиран в Matlab Simulink. Наблюдателят изчислява вектора на състоянието още в началният момент и РС поема управлението при стартиране на процеса.

За симуляционното изследване е избран тип обект от 3-ти ред [3] и е добавено достатъчно голямо чисто закъснение така, че при използване на стандартна структура с ПИД регулатор, системата да е на границата на устойчивост. Предавателната функция на избрания обект има следния вид:

$$(7) \quad W(s) = \frac{5.8s + 2}{210s^3 + 121s^2 + 20s + 1} e^{-82s},$$

следователно за  $W_o(s)$  може да се запише

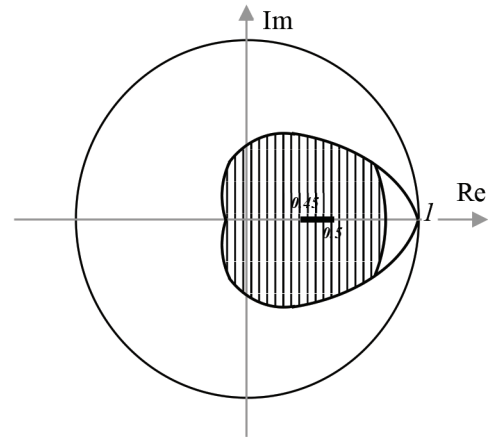
$$(8) \quad W_o(s) = \frac{5.8s + 2}{210s^3 + 121s^2 + 20s + 1},$$

Моделът е представен в ПС съгласно уравненията:

$$(9) \quad \begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{b}u(k), \\ y(k) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(k) + f(k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Векторът на обратната връзка на дискретния РС се синтезира с алгоритъм за модално управление [7], разработен от автора. Чрез него е възможно желаните полюси на затворената система да бъдат зададени точно или да се разположат в определен участък от комплексната равнина. За да имат преходните процеси в дискретната сис-

тема необходимите степен на устойчивост и степен на колебателност, полюсите на затворената система трябва да са разположени в тази част от комплексната равнина, която удовлетворява едновременно и двете изисквания. Оказва се, че това е защрихованата област, показана на *фиг. 4*.



**Фиг. 4.** Разположение на полюсите на затворената система, гарантиращи определени изисквания към преходния процес

От друга страна, е известно [7], че реалните положителни полюси са за предпочитане, защото осигуряват монотонни преходни процеси, докато тези с отрицателни стойности водят до знакопроменливи преходни процеси. Като се има предвид това, ако желаните полюси на затворената система не са точно определени предварително, е удобно те да бъдат разположени в определен сектор от положителната част на реалната ос, намиращ се в защрихования сектор. За предпочитане е полюсите да не са кратни и е по-удобно тяхното разположение да се определя с един параметър (число). При алгоритъма за модално управление, чрез който се извършва симуляционното изследване, секторът за разполагане на полюсите на затворената система е наречен *зона на устойчивост*. Дясната граница на тази зона се бележи с  $\chi$ . Желаните полюси се генерират по случаен закон в зоната ( $\chi \div \chi - 0.05$ ). Например ако  $\chi = 0.5$ , полюсите се разполагат в участъка ( $0.45 \div 0.5$ ), както е показано на *фиг. 4*.

Предполага се, че векторът  $\mathbf{a}$  на системната матрица  $\mathbf{A}$  и входният вектор  $\mathbf{b}$  са оценени чрез наблюдателя на състоянието. Като се има предвид това, алгоритъмът SMC (*Scalar Modal Control*) накратко може да се представи по следния начин:

**Стъпка 1** Алгоритъмът прочита оценените от наблюдателя на състоянието вектори  $\hat{\mathbf{a}}$  и  $\hat{\mathbf{b}}$  и зададената зона на устойчивост  $\chi$ ;

**Стъпка 2** Проверява се дължината на векторите  $\hat{\mathbf{a}}$  и  $\hat{\mathbf{b}}$ , за да се определи редът на обекта  $n$ ;

**Стъпка 3** Формира се оценената матрица на състоянието на обекта

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{I}_{n-1} \\ \dots & \dots & \dots \\ & \hat{\mathbf{a}}^T & \end{bmatrix}$$

**Стъпка 4** Определят се собствените стойности на оценената матрица  $\hat{\mathbf{A}}$  ( $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ) и съответстващите им собствени вектори  $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n$ ;

**Стъпка 5** Формира се матрицата на собствените вектори  $\mathbf{Q}$   

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1 \quad \mathbf{q}_2 \quad \dots \quad \mathbf{q}_n],$$

където

$$\mathbf{q}_i = [q_{i1} \quad q_{i2} \quad \dots \quad q_{in}]^T, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

**Стъпка 6** Генерира се  $n$ -мерен вектор- $\xi$ , съставен от случайни числа между 0 и 1;

**Стъпка 7** Определя се векторът на желаните собствени стойности на затворената система  $\boldsymbol{\mu}$  като част от зададената зона на устойчивост

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \chi \\ \chi \\ \vdots \\ \chi \end{bmatrix} - \left( \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ \vdots \\ 0.5 \end{bmatrix} - \xi \right) 0.1 = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix};$$

**Стъпка 8** Определя се векторът  $\mathbf{g}$

$$\mathbf{g} = \mathbf{Q}^T \hat{\mathbf{b}} = [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_n]^T;$$

**Стъпка 9** Изчисляват се елементите на вектор  $\mathbf{d}$

$$d_i = \frac{\prod_{j=1}^n (\lambda_i - \mu_j)}{g_i \prod_{j=1, j \neq i}^n (\lambda_i - \lambda_j)}, \quad i = 1, 2, \dots, n'$$

$$\mathbf{d} = [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_n]^T;$$

**Стъпка 10** Определя се векторът на обратната връзка  $\mathbf{k}$

$$\mathbf{k}^T = \mathbf{d}^T \mathbf{Q} = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n].$$

Ако е изчислено предварително, че собствените стойности на затворената система трябва да имат точно определени стойности, е необходимо в стъпка 1 вместо зоната на устойчивост  $\chi$  да се въведе векторът  $\boldsymbol{\mu}$  с желаните собствени стойности, а стъпки 6 и 7 отпадат.

Определянето на вектора  $\boldsymbol{\mu}$  може да бъде обвързано с някакъв критерий за зададено качество на процеса.

При разработването на SMC алгоритъма е създадена негова  $M$  функция в MATLAB. Синтаксисът на  $M$  функцията е  $K = \text{smc}(a_0, b_0, \text{stab\_zone})$ . Ако параметърът  $\text{stab\_zone}$  не е въведен, т.е.  $K = \text{smc}(a_0, b_0)$ , собствените стойности на затворената система се определят както при зададена зона на устойчивост 0.5. Ако е въведен само един входен параметър, се появява съобщение за грешка.

След дискретизация (при  $T_0 = 4$  s и зона на устойчивост = 0.6) в средата на Matlab чрез програмния модул,

показан по-долу, са определени векторите и матриците ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{D}$ ) за описание на обекта в ПС, матрицата на наблюдателя ( $\mathbf{G}$ ) и вектора на обратната връзка  $\mathbf{k}$ , за реализиране на модален регулатор на състоянието (MPC).

```

stab_zone=0.6;
%*****continuous-time model*****
syms p;
num_w=2*(1+2.9*p);
den_w=(1+10*p)*(1+7*p)*(1+3*p);
num=sym2poly(num_w);
den=sym2poly(den_w);
%*****discrete-time model*****
T0=4; %sample time [s] -(period)
[num_d,den_d]=c2dm(num,den,T0,'zoh');
n=length(den_d)-1
C=[1; zeros(n-1,1)];
Atr=toeplitz(den_d',[1, zeros(1,n)]);
db=Atr^-1*num_d';
D=db(1);
B=db(2:end);
a=-den_d(end:-1:2)';
A=[zeros(n-1,1), eye(n-1); a'];
K=-smc(a,B,stab_zone);
w=zeros(n,1);
G=acker(A',C,w)';
A, B, C, D, T0, K, G

```

Матрицата  $\mathbf{G}$  е синтезирана така, че полюсите на НС да бъдат нулеви.

	0	1.0000	0	
$\mathbf{A} =$	0	0	1.0000	$n = 3$
	0.0998	-0.7041	1.4986	
$\mathbf{B} =$	0.1629	1	1.4986	
	0.3227	$\mathbf{C} =$ 0	$\mathbf{G} =$ 1.5418	$\mathbf{D} = 0$
	0.3388	0	1.3552	
$\mathbf{K} =$	-52.0940	169.8375	-137.4676	$T_0 = 4$

След това обектът на управлението е представен като обект от пети ред без закъснение чрез разлагане на закъснението в на ред на Pade до втория член съгласно уравнение (1). След дискретизация на новополучения математически модел (при  $T_0 = 4$  s и зона на устойчивост = 0.6) в средата на Matlab чрез аналогичен програмен модул са определени аналогичните матрици за обекта, НС и вектора на обратната връзка за MPC. За да се различават от тези на предходния модел, всички са с индекс 5.

	0	1.0000	0	0	0
<b>A5=</b>	0	0	1.0000	0	0
	0	0	0	1.0000	0
	0	0	0	0	1.0000
	0.0745	-0.6972	2.4303	-4.0303	3.2202
	0.1311		1		3.2202
<b>B5=</b>	0.1661		0		6.3393
	0.0552	<b>C5=</b>	0	<b>G5=</b>	9.8657
	-0.0649		0		13.3485
	-0.1458		0		16.4585
<b>K5=</b>	-15.8838	78.7984	-139.1907	101.3364	-24.3473
n5=	5	D5=	0	T05=	4

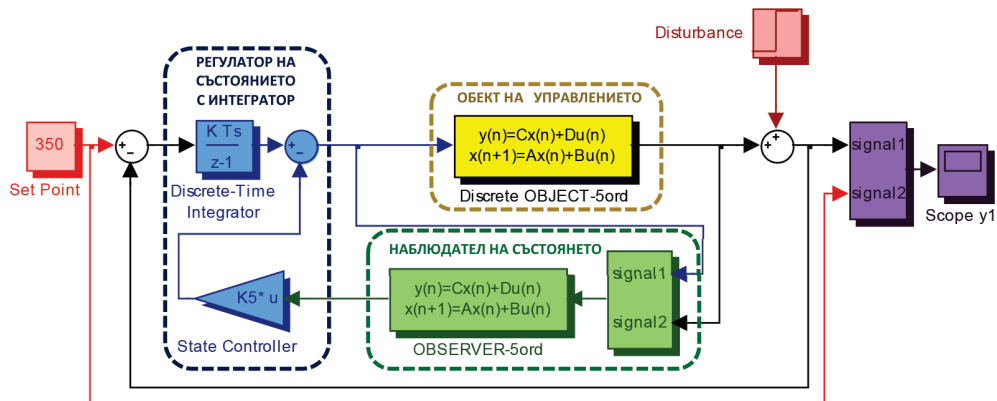
При симулационното изследване на системата за управление (СУ) на представения обект са направени два експеримента. При първия експеримент обектът и наблюдателят са описани в ПС чрез модели от пети ред, а при втория експеримент наблюдателят е представен с модел от трети ред и е добавено коригиращо звено към

дискретния РС, за да се получи структура на Smith предикторна система, аналогична на тази от *фиг. 3*.

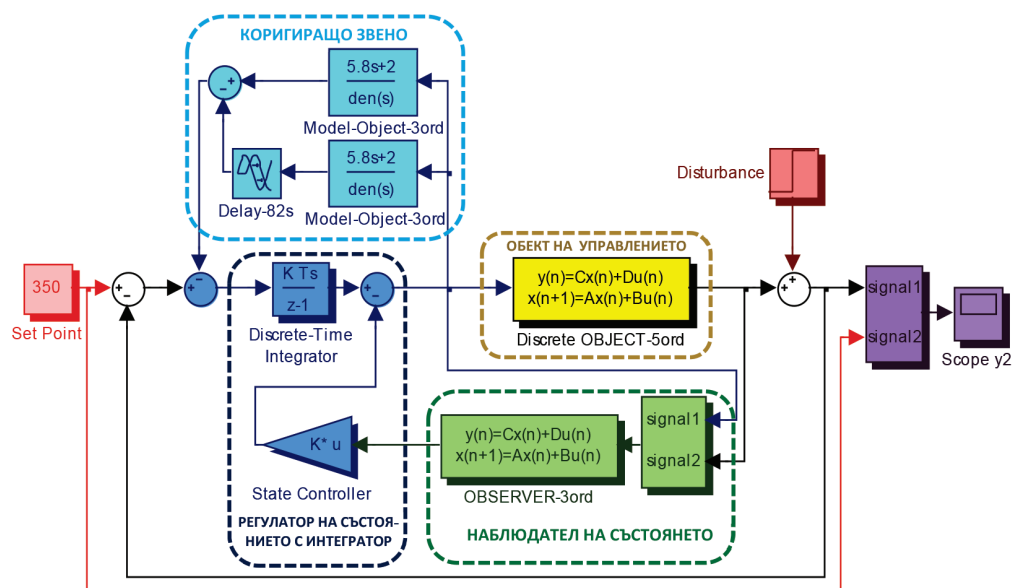
Simulink моделът за първия експеримент е показан на *фиг. 5*, а този за втория експеримент е на *фиг. 6*. В блоковете Discrete OBJECT-5ord и при двата експеримента са въведени векторите и матриците **A5**, **B5** и **C5**. В блок OBSERVER-5ord са въведени същите **A5**, **B5**, **C5** и матрицата на наблюдателя **G5**. В блок OBSERVER-3ord са въведени **A**, **B**, **C** и матрицата на наблюдателя **G**, съответстващи на обекта от трети ред. Изчислените вектори на обратната връзка се въвеждат в блоковете State Controller (**K5** при първия експеримент, а **K** при втория). В блоковете Model-Object-3ord е въведен моделът, представен с (8).

И при двата експеримента на 3500-ния такт се появява постоянно смущение с едни и същи параметри.

Резултатите от симулационното изследване са показани на *фиг. 7*. Ясно се вижда, че времето на преходния процес при втория експеримент е над три пъти по-кратко от това на първия експеримент. Освен това отработването на смущението се извършва почти три пъти по-бързо.

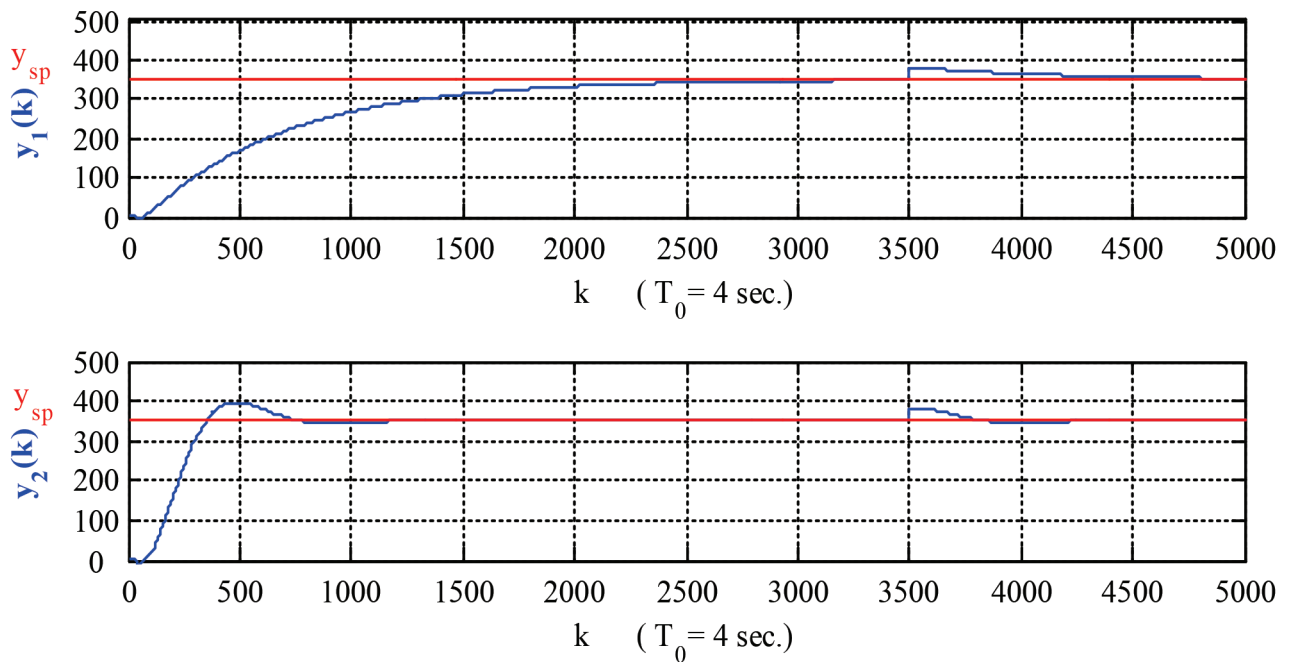


Фиг. 5. Simulink модел за изследване на СУ на SISO обект с голямо закъснение чрез дискретен РС с вградена интегрираща съставка



Фиг. 6. Simulink модел за изследване на Smith предикторна система за управление на SISO обект със закъснение





Фиг. 7. Резултати от симулационното изследване

## Заклучение

При експеримент, реализиращ управление на обекта (7) със стандартен ПИД регулатор, се оказа, че системата е на границата на устойчивост.

От представените експерименти могат да се направят следните заключения. При подходящ избор на зоната на устойчивост дискретният МРС успява да стабилизира системата и при наличие на големи закъснения. Недостатък на Simulink модела, използван при първия експеримент, е доста дългият преходен процес и увеличеното време за събиране на входно-изходни данни в началото на процеса при използване на адаптивен НС. Синтезирането на Smith предикторната система от *фиг. 5* осигурява три пъти по-голямо бързодействие на системата по време на преходния процес и почти толкова по-бързо отработване на смущението.

Важно условие за надеждна работа на Smith-предикторната система е точната оценка на модела на обекта. При неточен модел резултатите могат да се влошат.

## Литература

### Периодика

1. Gambier, A., Yul Y. Nazaruddin. Multivariable State-space Adaptive Control. – *Automatisierungstechnik*, 53, November 2005, 537-545.
2. Isermann, R. Perspectives of Automatic Control. – *Control Engineering Practice*, 19, 2011, No. 12, 1399-1407.

### Учебници и книги

3. Isermann, R. Digital Control Systems. Springer-Verlag, 1992.

4. Маджаров, Н., Е. Хараланова. Инженерни методи за изследване на линейни системи. ТУ – София, 2004.

5. Николова, Н., Е. Николов. Приложни методи за управление на технологични процеси. ТУ – София, 2009.

6. Димитров, В., Н. Николов, М. Александрова. Автоматизация на технологични процеси. ТУ – Варна, 2013.

### Конференции и симпозиуми

7. Nikolov, N., M. Alexandrova, V. Lukov. Development of an Algorithm for Modal Control of SISO Linear Time-invariant Discrete Systems. 15<sup>th</sup> International Conference ELMA, 2017, 203-206.

За контакти:

Доц. д-р инж. **Никола Николов**  
 Ръководител на катедра „Автоматизация  
 на производството“  
 Технически университет – Варна  
 nn\_nikolov@tu-varna.bg